



**International Electronic Journal of
Mathematics Education**

Volume 4, Number 3, October 2009

www.iejme.com

**‘Edición especial’ sobre “Investigación y desarrollos
en la educación de la probabilidad”**

Manfred Borovcnik & Ramesh Kapadia (Eds)

1. Introducción
2. Probabilidad condicional y teorema de Bayes
3. La perspectiva escolar: preconceptos y conceptos equivocados
4. La perspectiva de los instructores
5. Impacto de la tecnología
6. Epílogo



Índice y resumen en

- [Español](#) 
- [Alemán](#) 
- [Inglés](#) 




Copyright © 2009 by GOKKUSAGI




ISSN: 1306-3030

1. INTRODUCCIÓN




- Manfred Borovcnik & Ramesh Kapadia [Resumen](#) 
Investigación y desarrollos en la educación de la probabilidad [Artículo](#) 
111 – 130



2. PROBABILIDAD CONDICIONAL Y TEOREMA DE BAYES




- Carmen Díaz & Carmen Batanero [Resumen](#) 
Conocimiento y sesgos de razonamiento sobre [Artículo](#) 
probabilidad condicional en los estudiantes universitarios [Anexo](#) 
131 – 162

- M. Pedro Huerta [Resumen](#) 
Sobre la investigación en resolución de problemas [Artículo](#) 
de probabilidad condicional – estructuras y contextos [Anexo](#) 
163 – 194







3. LA PERSPECTIVA ESCOLAR: PRECONCEPTOS Y CONCEPTOS EQUIVOCADOS

- Dor Abrahamson [Resumen](#) 
La síntesis de conocimiento matemático y tácito por un estudiante, [Artículo](#) 
como lente del investigador sobre una teoría de aprendizaje [Anexo](#) 
195 – 226






- Laura Martignon & Stefan Krauss [Resumen](#) 
Juegos enactivos en cuarto de primaria: una cajita de herramientas [Artículo](#) 
para la tomada de decision y para lidar con riesgos 227 – 258

- Francesca Chiesi & Caterina Primi [Resumen](#) 
Effectos de recencia en niños de primaria y estudiantes universitarios [Artículo](#) 
[Anexo](#) 
259 – 274



4. LA PERSPECTIVA DE LOS INSTRUCTORES

- Hugo M. Hernández Trevethan, Verônica Y. Kataoka, & M. da Silva Oliveira [Resumen](#) 
- Una aproximación práctica a la probabilidad
en el contexto de una feria de ciencias** [Artículo](#) 
- [Anexo](#) 
- 275 – 290
- Ödön Vancsó [Resumen](#) 
- Discusión paralela de las metodologías clásica y bayesiana
en la introducción a la inferencia** [Artículo](#) 
- [Anexo](#) 
- 291 – 322

5. IMPACTO DE LA TECNOLOGÍA

- Dave Pratt & Ramesh Kapadia [Resumen](#) 
- Moldeando la experiencia de probabilistas jóvenes e ingenuos** [Artículo](#) 
- 323 – 338
- Seth Ireland & Jane Watson [Resumen](#) 
- Construyendo una conexión entre los aspectos
experimentales y teóricos de la probabilidad** [Artículo](#) 
- [Anexo](#) 
- 339 – 370

6. EPÍLOGO

- Ramesh Kapadia [Resumen](#) 
- Encuentros con el azar – 20 años después ideas fundamentales
sobre la enseñanza de la probabilidad en la escuela** [Artículo](#) 
- 371 – 386

1. INTRODUCCIÓN

Investigación y desarrollos en la educación de la probabilidad

[Top](#) 

Manfred Borovcnik & Ramesh Kapadia

RESUMEN. En el grupo de estudio dedicado al tópico de la probabilidad durante el ICME 11 en México se expusieron una variedad de ideas sobre la educación probabilística. Algunas de los artículos han tenido un ulterior desarrollo debido a la dinámica de interactividad que pudo establecerse gracias al potencial de la publicación electrónica. Como sucede frecuentemente el medio de divulgación condiciona los contenidos divulgados, de tal manera que no sorprende cómo los resultados de la investigaciones modifiquen su carácter durante este proceso. Este artículo da un resumen de las corrientes fundamentales en la investigación probabilística del mundo así como del resultado de un experimento en comunicación electrónica. Para la conveniencia de los lectores de diversos países hemos agregado Resúmenes en alemán y en español, así como conexiones electrónicas a materiales en la red.

PALABRAS CLAVE. Investigación, educación probabilística, ICME 11, publicación electrónica, interactividad.

[Artículo](#) 

2. PROBABILIDAD CONDICIONAL Y TEOREMA DE BAYES

Conocimiento y sesgos de razonamiento sobre probabilidad condicional en los estudiantes universitarios

[Top](#) 

Carmen Díaz & Carmen Batanero

RESUMEN. La pregunta de investigación que guía nuestro estudio es la evaluación de la posible relación entre el conocimiento formal sobre probabilidad condicional y los sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional (falacia de la condicional transpuesta, falacia del eje temporal, falacia de las tasas base y confusión entre independencia y mutua exclusividad). Se administró el cuestionario CPR a dos muestras de estudiantes universitarios que cursaban Psicología y seguían el mismo curso de estadística; a un grupo ($n=177$) antes de la instrucción y a otro ($n=206$) después de una enseñanza formal de probabilidad condicional. Los resultados indican una mejora sistemática en la comprensión formal de la probabilidad condicional y en la capacidad de resolver problemas pero poco cambio en los ítems relacionados con los sesgos psicológicos.

PALABRAS CLAVE. Probabilidad condicional, sesgos, instrucción.

[Artículo](#) 

Sobre la investigación en resolución de problemas de probabilidad condicional

– estructuras y contextos

[Top](#) 

M. Pedro Huerta

RESUMEN. Investigamos un mundo particular de problemas escolares de probabilidad condicional, identificados como problemas ternarios. Con la ayuda de un objeto matemático, el grafo trinomial, y un método propio en resolución de problemas, el método de análisis y síntesis, proponemos un marco teórico para el análisis de los problemas, estructural, didáctico y fenomenológico. Fruto de este análisis hemos organizado el mundo de estos problemas en distintas familias. Resumimos también los resultados de una investigación particular sobre el comportamiento de estudiantes resolviendo problemas de una de dichas familias, identificando cuatro tipos de procesos de razonamiento dependientes del formato de los datos y del sentido de uso de los mismos. Mostramos también el análisis fenomenológico de problemas en una situación de test de diagnóstico. El objetivo principal de este trabajo es aportar elementos para mejorar la comprensión de la probabilidad. Creemos que el marco teórico puede ayudar a los profesores e investigadores en aquél propósito.

PALABRAS CLAVE. Probabilidad condicional, resolución de problemas.

[Artículo](#) 

3. LA PERSPECTIVA ESCOLAR: PRECONCEPTOS Y CONCEPTOS EQUIVOCADOS

La síntesis de conocimiento matemático y tácito por un estudiante, como lente del investigador sobre una teoría de aprendizaje

[Top](#) 

Dor Abrahamson

RESUMEN. ¿Qué prácticas educativas ayudarán a los estudiantes a dar sentido a las nociones de probabilidad? Li (11 años) participó en la implementación de un diseño de la binomial basado en la entrevista. El diseño se centró en un innovador generador aleatorio similar a una urna creando oportunidades para reconciliar dos construcciones mentales de las distribuciones de resultados anticipadas: (a) juicios perceptuales holísticos basados en el conocimiento tácito de la relación población-muestra, implícitamente apoyado en términos de los sucesos agregados sin atención a las permutaciones sobre estas combinaciones; (b) tratamiento analítico clásico probabilístico de razones entre el conjunto de sucesos favorables y todos los sucesos elementales con atención a las permutaciones. Argumentamos que la perspectiva constructivista y sociocultural del aprendizaje matemático se puede reconciliar con las interacciones que revelan recursos intuitivos y formales en el desarrollo individual de una profunda comprensión conceptual: El aprendizaje se guía por el proceso de mezcla de dos: la inmediata fenomenológica y la semióticamente mediada.

PALABRAS CLAVE. Investigación basada en diseño, teoría socio cultural, semiótica cultural, binomial, análisis combinatorio, espacio muestral.

[Artículo](#) 

Juegos enactivos en cuarto de primaria:

una cajita de herramientas para la toma de decision y para lidar con riesgos

[Top](#) 

Laura Martignon & Stefan Krauss

RESUMEN. La intención de este trabajo es de mostrar de que manera se puede transmitir a los niños un conjunto de herramientas elementales para el juicio bajo condiciones de incertidumbre, para tomar buenas decisiones y para lidar con riesgos. Partimos de la suposición de que los niños pueden adquirir estas herramientas practicando juegos y actividades lúdicas destinadas a acostumbrarlos a las características de la incertidumbre. Presentamos una serie de actividades construidas una sobre otra, comenzando con la tarea de Wason, pasando luego de inferencias lógicas a inferencias probabilísticas, tareas elementales Bayesianas, comparaciones de proporciones y comparaciones de riesgos. Estas investigaciones son guiadas e inspiradas por recientes resultados sobre las estrategias humanas para tomar decisiones.

PALABRAS CLAVE. Cajita de herramientas, Cubitos, razamiento Bayesiano, experimento de Wason, riesgo.

[Artículo](#) 

Effectos de recencia en niños de primaria y estudiantes universitarios[Top](#) 

Francesca Chiesi & Caterina Primi

RESUMEN. Investigamos la evolución del razonamiento probabilístico con la edad y algunos sesgos relacionados como los efectos de recencia negativa y positiva. Se aplicaron tareas probabilísticas en las que se pedía estimar la verosimilitud del siguiente suceso tras una secuencia de resultados independientes a niños de primaria y estudiantes universitarios. Los resultados indican que los niños mayores dan mejores respuestas que los pequeños y que los estudiantes universitarios. En relación a los sesgos la recencia positiva, éstos decrecen con la edad mientras que no encontramos diferencias en la edad en la recencia negativa. Se discuten las implicaciones teóricas y educativas de los resultados.

KEYWORDS. Razonamiento probabilístico, efecto de recencia, niños de escuela primaria, estudiantes universitarios.

[Artículo](#) 

4. LA PERSPECTIVA DE LOS INSTRUCTORES

Una aproximación práctica a la probabilidad en el contexto de una feria de ciencias [Top](#)

Hugo M. Hernández Trevethan, Verônica Y. Kataoka, & Marcelo da Silva Oliveira

RESUMEN. En una sociedad en la que la información es generada con mucha rapidez, las escuelas deben lidiar con el hecho de cubrir sus programas en periodos de tiempo cortos. Por ello, las actividades extra curriculares pueden ayudar en aras de que los estudiantes adquieran conocimientos más amplios con respecto a los que podrían adquirir en clases. Por otro lado, ya que el azar se encuentra presente en casi todas las decisiones de la vida cotidiana, y que son tomadas principalmente sobre la base de información a priori, es importante tener al menos una cierta idea de cómo algunos eventos pueden alterar las probabilidades de ocurrencia de otros eventos. Exploramos aquí ambas ideas dentro del contexto de una feria de las ciencias, en la que dos estudiantes de último año de bachillerato llevaron a cabo una investigación acerca de la probabilidad condicional usando un juego llamado “Shut the box”. También queremos establecer como pregunta de investigación el saber si, luego de su participación en la feria, estos estudiantes alcanzaron un nivel más alto en razonamiento probabilístico con respecto a sus compañeros.

PALABRAS CLAVE. Feria de las Ciencias, Probabilidad Condicional, Teorema de Bayes, actividades extra curriculares, trabajo basado en proyectos, desarrollo personal.

[Artículo](#) 

Discusión paralela de las metodologías clásica y bayesiana en la introducción a la inferencia

Ödön Vancsó

[Top](#) 

RESUMEN. El propósito de este trabajo es informar sobre la concepción y algunos resultados de un proyecto de investigación a largo plazo en Budapest. El estudio se basa en la idea innovadora de que la enseñanza de las nociones clásica y bayesiana de la inferencia estadística se pueden enseñar en paralelo a los profesores en formación. Nuestra investigación se guía por preguntas como: ¿Comprenden los estudiantes la probabilidad y los métodos estadísticos mejor si se enfocan en interpretaciones subjetivas y objetivas de la probabilidad en el curso? ¿Comprenden mejor los métodos clásicos de la inferencia estadística si también estudian el método bayesiano? Mientras que en el curso de probabilidad y estadística se ha evitado durante años, los estudiantes comienzan a aceptar el diseño “paralelo”. Hay evidencia de que comprenden mejor los conceptos de este modo. Los resultados soportan la tesis que la ideas y creencias de los estudiantes sobre las matemáticas influyen decisivamente en su trabajo posterior. Finalmente el diseño del curso integra la reflexión sobre los problemas filosóficos y proporciona una visión más amplia de la matemática moderna y sus aplicaciones.

PALABRAS CLAVE. Estadística Bayesiana, inferencia estadística, intervalo de confianza, regiones Bayesianas de mayor densidad a posteriori (RHD).

[Artículo](#) 

5. IMPACTO DE LA TECNOLOGÍA

Moldeando la experiencia de probabilistas jóvenes e ingenuos

[Top](#) 

Dave Pratt & Ramesh Kapadia

RESUMEN. Este trabajo comienza evaluando deficiencias en la enseñanza de la estadística antes de resumir la investigación sobre las concepciones erróneas de los alumnos en relación a la comprensión de la probabilidad. Subraya investigación que, en contraste, explora lo que los niños de 11 y 12 años saben y contruyen, cuando se les da acceso a un ambiente cuidadosamente diseñado. Estos niños juzgaron la aleatoriedad de acuerdo a la impredecibilidad, falta de patrón en los resultados y equitatividad. En muchos aspectos sus juicios se basaron en las mismas características que las de los expertos. Pero sólo a través de la interacción con un ambiente virtual, ChanceMaker, los alumnos comenzaron a expresar significados situados para agregados de aleatoriedad a la larga. Esos datos son reanalizados para reflexionar sobre las decisiones del diseño que moldearon el mismo ambiente. ¿Cuáles son la heurísticas de diseño relevantes que se pueden aplicar a la enseñanza de la probabilidad? Se identifican cuatro heurísticas principales y se elaboran pruebas de las conjeturas personales, construyendo sobre el conocimiento de los estudiantes, ligando el propósito y la utilidad, fusionando el control y la representación. Se conjetura que estas heurísticas son de mayor relevancia en los maestros y profesores, quienes esperan moldear la experiencia de los probabilistas jóvenes e ingenuos a través de sus acciones como diseñadores de tareas y planteamientos pedagógicos.

PALABRAS CLAVE: ChanceMaker, diseño, tecnología, micromundo.

[Artículo](#) 

Construyendo una conexión entre los aspectos experimentales y teóricos de la probabilidad

Seth Ireland & Jane Watson

Top 

RESUMEN. Este trabajo estudia la pregunta identificada por Graham Jones: ¿Cuáles son las conexiones que hacen los estudiantes de secundaria entre las aproximaciones clásica y frecuencial de la probabilidad? Nos basamos en dos lecciones extensas impartidas en una clase de estudiantes del 5/6º Grado y entrevistas en profundidad con ocho estudiantes de la clase. La versión Modelo 1 del software TinkerPlots se usó en ambos planteamientos para simular muestras de tamaño creciente de sucesos aleatorios. El fin fue documentar la comprensión de la probabilidad sobre un continuo desde frecuencial a clásica, incluyendo consideraciones de la interacción de los manipulativos, el simulador y la ley de los grandes números. Un modelo de desarrollo cognitivo se usó para acceder a la comprensión de los estudiantes y se hacen recomendaciones para las intervenciones en la clase.

PALABRAS CLAVE. Estimación experimental de la probabilidad, probabilidad clásica, simulación, ley de los grandes números, *TinkerPlots*.

Artículo 

6. EPÍLOGO

Encuentros con el azar – 20 años después ideas fundamentales sobre la enseñanza de la probabilidad en la escuela

[Top](#) 

Ramesh Kapadia

RESUMEN. Este trabajo considera la forma en que la probabilidad se enseña hoy día en Inglaterra y el modo en que el currículo refleja las ideas de las últimas décadas. Se establecen vínculos al trabajo en educación probabilística y a la forma en que los retos del libro “Encuentros con el Azar” han sido tenidos en cuenta. El fundamento es el currículo actual y el desempeño de los niños en cuestionarios. La cuestión clave considerada es la forma en la que la enseñanza de la probabilidad y los logros de los niños han cambiado en los últimos veinte años. La conclusión indica que hay un camino para asegurar que los niños estén bien instruidos en probabilidad.

PALABRAS CLAVE. Probabilidad, educación secundaria, enseñanza.

[Artículo](#) 